

УДК 530.145

ОСОБЕННОСТИ ДИССИПАТИВНОЙ ДИНАМИКИ Λ -АТОМА ПОД ДЕЙСТВИЕМ КВАНТОВАННОГО ПОЛЯ В СЖАТОМ СОСТОЯНИИ

А.И. Гельман, В.А. Миронов

Аннотация

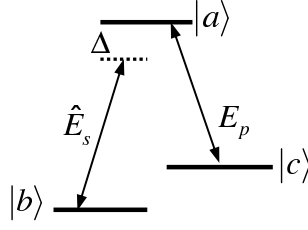
Численно квантовым методом Монте-Карло и аналитически методом Гейзенберга–Ланжевена исследована диссипативная динамика трехуровневого Λ -атома под действием квантованного электромагнитного поля в режиме электромагнитно-индуцированной прозрачности (ЭИП). Подробно рассмотрено влияние уровня сжатия квантованного света на параметры атомной системы, отвечающие за процессы релаксации и шум в полосе прозрачности ЭИП. Показано, что квантовые свойства света, такие, как сжатие, могут передаваться атому в данном режиме. Исследована задача распространения квантованного поля в сжатом когерентном состоянии в среде и найдена зависимость уровня сжатия поля на выходе из среды от параметров на входе и свойств среды. Обсуждается применение метода Монте-Карло к численному моделированию задачи распространения в свете недавних экспериментов по прохождению сжатого вакуума в рассмотренной среде.

Ключевые слова: сжатый свет, квантовые скачки, квантовый шум, квантовая память.

Введение

Недавние успехи в физике квантовой информации [1] привели к развитию таких новых приложений, как квантовые вычисления, квантовая криптография, телепортация, квантовые компьютеры. Одна из основных проблем – процессы диссипации в атомных системах, предлагаемых для реализации квантовых протоколов. Диссипация вызывает флуктуации и квантовый шум [2] и может значительно повлиять на динамику системы. Существует два основных подхода к анализу этой проблемы: метод оператора плотности и метод Гейзенберга–Ланжевена [2, 3]. Оба метода предполагают описание ансамбля систем и дают усредненное описание динамики системы. Разработанный за последние годы метод Монте-Карло расчета волновой функции системы [4] позволяет аналитически описывать единичные реализации процессов в квантовых системах (например, один ион в магнитной ловушке) и по-новому взглянуть на физику процессов в системе. Разработанный изначально для аналитического описания диссипативной динамики одиночных квантовых систем, метод стал мощным способом численного расчета квантового кинетического уравнения как в форме Линдблада [2] (в наиболее общем виде уравнения для матрицы плотности в марковском приближении), так и для немарковских систем.

Взаимодействие квантованного электромагнитного (ЭМ) поля со средой трехуровневых Λ -атомов достаточно хорошо изучено за последние несколько лет [5, 8]. Эффект электромагнитно-индуцированной прозрачности (ЭИП) (см. [9, 10]) может быть реализован в такой системе при малой, вплоть до нескольких фотонов, интенсивности пробной волны, что позволяет реализовать квантовую память в системе и сделать вывод о перспективности при реализации квантовых вычислений. В отличие от работ, где рассматривается процесс прохождения поля через такую

Рис. 1. Λ -схема энергетических уровней

среду, в настоящей работе подробно исследуются особенности отклика среды на квантованное поле в наиболее общем, сжатом когерентном состоянии. Рассмотрено влияние квантово-статистических свойств света на среду и показана возможность снижения шумов параметров атомной системы, влияющих на процессы хранения и передачи квантовой информации. Задача решается аналитически методом Гейзенберга – Ланжевена и численно квантовым методом Монте-Карло. Результаты численного моделирования сопоставляются с аналитическим расчетом методом; между ними наблюдается хорошее соответствие. Первый эксперимент со светом в сжатом вакуумном состоянии был проведен в 2004 г. [11]. Недавние экспериментальные работы подтверждают возрастающий интерес в этом направлении [12, 13].

1. Аналитическое рассмотрение методом Гейзенберга – Ланжевена

Рассмотрим трехуровневый атом (рис. 1), на переход $|a\rangle - |c\rangle$ которого действует сильное классическое лазерное поле \mathbf{E}_p с частотой ω_p . На переход $|a\rangle - |b\rangle$ действует слабое квантованное поле (сигнальное) $\hat{E}_s = \varepsilon(\omega_s)\hat{a}(t)e^{-i\omega_s t} + \text{э.с.}$, где \hat{a} – оператор уничтожения, подчиняющийся бозонным коммутационным соотношениям, $\varepsilon(\omega) = \sqrt{2\pi\hbar\omega/V}$, V – объем квантования, для простоты выбранный как объем системы, $\Delta = \omega_{ab} - \omega_s$ – отстройка от резонанса. Гамильтониан взаимодействия \hat{V} в резонансном приближении имеет вид

$$\hat{V} = -\hbar(g\sigma_{ab}\hat{a}(t)e^{-i\omega_s t} + \text{H.c.}) - \hbar(\sigma_{ac}\Omega(t)e^{-i\omega_p t} + \text{э.с.}), \quad (1)$$

где Ω – частота Раби поля накачки, g – константа связи, σ_{ij} – операторы атомных переходов. Видно, что в гамильтониан взаимодействия явно входит оператор поля \hat{E}_s , что позволяет учесть квантовые свойства света в анализе. Временная эволюция операторов определяется уравнением Гейзенберга – Ланжевена [2, 3]

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial t} = -\gamma_{ij}\sigma_{ij} + \frac{i}{\hbar}[H, \sigma_{ij}] + F_{ij}, \quad (2)$$

где γ_{ij} – скорости релаксации, F_{ij} – дельта-коррелированные операторы шума Ланжевена с корреляционными функциями $\langle F_{ij}(t)F_{ij}^+(t') \rangle = D_{ij}\delta(t - t')$. Первый член в правой части (2) отражает возможность спонтанного излучения в атоме. Наличие шумового члена является проявлением флуктуационно-диссипационной теоремы.

В первом порядке теории возмущений по малому параметру $\varepsilon = g\hat{a}/\Omega$ получаем из (2) отделившуюся систему уравнений

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{ba} &= (-\gamma + i\Delta)\sigma_{ba} + ig\hat{a} + i\Omega\sigma_{bc} + F_{ba}, \\ \dot{\sigma}_{bc} &= (-\Gamma + i\Delta)\sigma_{bc} + i\Omega^*\sigma_{ba} + F_{bc}. \end{aligned} \quad (3)$$

Учтем квантовый характер сигнального поля. Если на вход подается пробное поле в когерентном состоянии, $\langle \hat{a} \rangle_{\text{coh}} = \alpha$, где α пропорциональна амплитуде поля,

то, переходя к усредненным величинам в (3), получаем:

$$\begin{aligned}\langle \dot{\sigma}_{ba} \rangle &= (-\gamma + i\Delta) \langle \sigma_{ba} \rangle + ig\alpha + i\Omega \langle \sigma_{bc} \rangle, \\ \langle \dot{\sigma}_{bc} \rangle &= (-\Gamma + i\Delta) \langle \sigma_{bc} \rangle + i\Omega^* \langle \sigma_{ba} \rangle.\end{aligned}\quad (4)$$

Стационарное решение для поляризации на переходе $|a\rangle - |b\rangle$ запишется в виде

$$\langle \sigma_{ba} \rangle = \frac{ig\alpha(\Gamma + i\Delta)}{(\gamma + i\Delta)(\Gamma + i\Delta) + |\Omega_p|^2}. \quad (5)$$

Этот результат, полученный нами из полностью квантового рассмотрения, соответствует классическому анализу эффекта ЭИП (см. [9, 10]). Для неклассических состояний поля, например фоковского с определенным числом частиц $|n\rangle$ или сжатого вакуума [2], $\langle \hat{a} \rangle = 0$ и среднее значение поляризации на переходе (5) $\langle \sigma_{ba} \rangle = 0$. При этом для описания поведения системы нам недостаточно знать средние значения, необходимо также исследовать флуктуации – отклонения рассматриваемых параметров от среднего. Для этого введем операторы $\delta\sigma_{ij} = \sigma_{ij} - \langle \sigma_{ij} \rangle$, $\delta\hat{a} = \hat{a} - \langle \hat{a} \rangle$. Используя преобразование Фурье получаем из (3):

$$\delta\sigma_{ba}(\omega) = \frac{(\Gamma + i\bar{\Delta})(ig\delta\hat{a}(\omega) + F_{ba}(\omega)) + i\Omega F_{bc}(\omega)}{(\gamma + i\bar{\Delta})(\Gamma + i\bar{\Delta}) + |\Omega_p|^2}, \quad (6)$$

где $\bar{\Delta} = \Delta - \omega$, для оператора \hat{a} выполняется нормировка: $[\hat{a}(t), \hat{a}(t')] = L/c\delta(t-t')$, L – длина квантования. Таким образом, мы можем определить, как изменяется не только среднее значение поляризации на переходе $|a\rangle - |b\rangle$, но и ее флуктуация. Существует два основных вклада в $|a\rangle - |b\rangle$: ЭМ-поля, причем зависимость от параметров системы имеет вид, аналогичный (5), и шума – добавляются члены, определяемые ланжевеновскими операторами, связанными с диссипативными процессами в системе. При данном подходе мы не учитывали изменение статистики сигнального поля при прохождении через среду.

Для описания процессов релаксации удобно использовать операторы, аналогичные квадратурам $\hat{X} = (\hat{a} + \hat{a}^+)/2$, $\hat{Y} = (\hat{a} - \hat{a}^+)/2i$ для ЭМ-поля, $\sigma_1 = (\sigma_{ba} + \sigma_{ba}^+)/2$, $\sigma_2 = (\sigma_{ba} - \sigma_{ba}^+)/2i$, и операторы σ_3 , σ_4 для σ_{bc} . Их дисперсию можно получить в общем виде для любого квантованного поля из (4)–(6), пользуясь флуктуационно-диссипационной теоремой [2, 3], например, для σ_2 имеем:

$$\begin{aligned}\langle \delta\sigma_2^2 \rangle &= \frac{g^2}{|\det|^4} \left(\langle \delta X^2 \rangle (|\Omega^2| \Gamma + \Delta^2 \gamma + \gamma \Gamma^2)^2 + \langle \delta Y^2 \rangle \Delta^2 (\Gamma^2 + \Delta^2 - |\Omega^2|)^2 + \right. \\ &\quad \left. + \langle \delta X \delta Y + \delta Y \delta X \rangle (|\Omega^2| \Gamma + \Delta^2 \gamma + \gamma \Gamma^2) \Delta (\Gamma^2 + \Delta^2 - |\Omega^2|) \right) + \\ &\quad + \frac{|\Omega^2| \Gamma + \Delta^2 \gamma + \gamma \Gamma^2}{2|\det|^2}, \quad (7)\end{aligned}$$

где $|\det|^2 = (|\Omega^2| - \Delta^2 + \Gamma\gamma)^2 + \Delta^2(\Gamma + \gamma)^2$. При выводе мы учитывали, что флуктуации операторов шума и поля не коррелированы.

Далее вычисления проводим для света в сжатом когерентном состоянии, для которого имеем [2]: $\langle \delta X^2 \rangle_{\text{sqz}} = e^{-2r}/4$, $\langle \delta Y^2 \rangle_{\text{sqz}} = e^{2r}/4$, $\langle \delta X \delta Y + \delta Y \delta X \rangle_{\text{sqz}} = 0$, считая параметр сжатия $\xi = re^{i\theta}$ действительным ($\theta = 0$ для определенности). Дисперсия оператора X в сжатом когерентном состоянии может быть много меньше, чем в когерентном состоянии в зависимости от степени сжатия r : $\langle \delta X^2 \rangle_{\text{sqz}} \ll \langle \delta X^2 \rangle_{\text{coh}} = 1/4$. Оказывается, этим свойством света можно воспользоваться и уменьшить дисперсию параметров атомной системы (2), например,

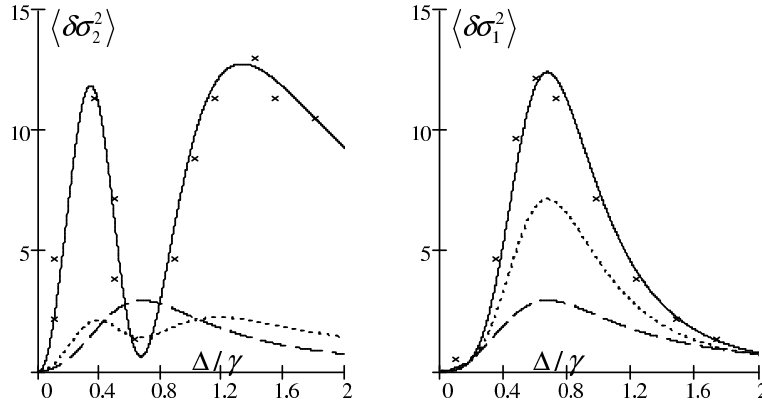


Рис. 2. Дисперсия оператора σ_1 в зависимости от нормированной расстройки Δ/γ . Пробное поле в когерентном состоянии $r = 0$, (пунктирная линия), в сжатом состоянии $r = 0.5$ (штриховая линия) и $r = 1.5$ (сплошная линия). Крестиком отмечены результаты численного моделирования (подробнее см. разд. 2). Параметры $\Gamma = 10^{-3}\gamma$, $\Omega = 2/3\gamma$, $g^2 L/c\gamma = 1$

для $\langle \delta\sigma_1^2 \rangle$ имеем с учетом нормировки:

$$\langle \delta\sigma_1^2 \rangle = \frac{Lg^2}{4c|\det|^4} \left(e^{2r}(|\Omega^2|\Gamma + \gamma(\Delta^2 + \Gamma^2))^2 + e^{-2r}\Delta^2(\Gamma^2 + \Delta^2 - |\Omega^2|)^2 \right) + \frac{|\Omega^2|\Gamma + \gamma(\Delta^2 + \Gamma^2)}{2|\det|^2}, \quad (8)$$

Рассмотрение данного вопроса стимулировано результатами анализа аналогичных систем в резонаторе [5, 6], где было показано, что существует возможность полного переноса сжатия на флуктуирующие параметры среды – эффект спинового сжатия (spin squeezing). В таких процессах принципиальную роль играют параметры (7) и (8), полученные нами аналитически, несмотря на то что напрямую они не измеримы. Очевидно при этом, что изменение состояния света при прохождении через среду связано именно с взаимодействием со средой и обратным воздействием среды на поле. В разд. 3 этот вопрос будет рассмотрен подробно.

2. Численное моделирование квантовым методом Монте-Карло

С помощью унитарного преобразования $U = e^{(i\omega_s\sigma_{ab} + i\omega_p\sigma_{ac})t}$ избавимся от явной зависимости от времени в гамильтониане: (1)

$$H = \hbar\Delta\sigma_{cc} + \hbar\Delta\sigma_{aa} - \hbar g(\sigma_{ab}\hat{a} + \text{э.с.}) - \hbar(\sigma_{ac}\Omega + \text{э.с.}). \quad (9)$$

Уравнение для оператора плотности в форме Линдблада [2] примет вид

$$\dot{\rho} = -i/\hbar[H, \rho] + L_{ab}\rho + L_{ac}\rho + L_{cb}\rho. \quad (10)$$

Операторы \hat{L}_{ij} действуют следующим образом:

$$L_{ab}\rho = \gamma_{ab}/2(2\sigma_{ba}\rho\sigma_{ab} - \sigma_{aa}\rho - \rho\sigma_{aa}),$$

$$L_{ac}\rho = \gamma_{ac}/2(2\sigma_{ca}\rho\sigma_{ac} - \sigma_{aa}\rho - \rho\sigma_{aa}),$$

$$L_{cb}\rho = \Gamma(\sigma_{cc}\rho\sigma_{bb} + \sigma_{bb}\rho\sigma_{cc}).$$

Для дальнейшего решения методом Монте-Карло уравнение (10) должно быть переписано [4]: $\dot{\rho} = -i/\hbar[H_{\text{eff}}\rho - \rho H_{\text{eff}}^+] + \sum J_j \rho$, где введены H_{eff} – эффективный неэрмитов гамильтониан, J_j – оператор скачка, которые имеют вид

$$\begin{aligned} H_{\text{eff}} &= H - i\hbar/2(\gamma_{ab} + \gamma_{ac} - \Gamma/2)\sigma_{aa}, \\ J_j \rho &= \gamma_j c_j \rho c_j^\dagger, \quad j = 1, 2, 3, \quad c_1 = \sigma_{ba}, \quad c_2 = \sigma_{ca}, \quad c_3 = \sigma_{cc} - \sigma_{bb}, \\ \gamma_1 &= \gamma_{ab}, \quad \gamma_2 = \gamma_{ac}, \quad \gamma_3 = \Gamma/2. \end{aligned}$$

Предполагается, что над исследуемой системой проводятся измерения, позволяющие учесть процессы спонтанного излучения (например, с помощью фотодетектора). Изменение наших знаний о поле излучения при регистрации фотона либо отсутствии фотоотсчета непосредственно приводит к изменению волновой функции системы. Тогда динамика квантовой системы представляется как непрерывное изменение векторов состояния в отсутствие фотоотсчетов под действием неэрмитового гамильтониана H_{eff} :

$$\frac{d}{dt}|\psi(t)\rangle = -i/\hbar H_{\text{eff}}|\psi(t)\rangle, \quad (11)$$

которое прерывается скачками, переводящими волновую функцию в определенное состояние при регистрации фотоотсчета

$$|\psi(t + \Delta t)\rangle = \lambda c_j |\psi(t)\rangle, \quad (12)$$

где λ – нормировочная константа, Δt – шаг по времени, через который регистрируется состояние поля излучения. Операторы c_j отвечают за взаимодействие системы с резервуаром. Операторы c_1, c_2 отвечают за спонтанную релаксацию атома с уровня $|a\rangle$, переводя волновую функцию системы в состояния $|b\rangle$ и $|c\rangle$ при скачке соответственно. Оператор c_3 отвечает за дефазировку на низкочастотном переходе $|c\rangle - |b\rangle$. Вероятности скачков P_j под действием операторов c_j зависят от времени и могут быть вычислены [4]:

$$P_j(t) = \gamma_j \Delta t \langle \psi(t) | c_j^\dagger c_j | \psi \rangle. \quad (13)$$

Одномодовое сжатое когерентное состояние может быть получено действием оператора смещения и оператора сжатия на вакуумное состояние $|0\rangle$ [2, 3]:

$$|\beta, \xi\rangle = \exp(\beta \hat{a}^+ + \beta^* \hat{a}) \exp[(\xi^* \hat{a}^2 - \xi \hat{a}^{+2})/2] |0\rangle, \quad (14)$$

где ξ характеризует сжатие, β – когерентное состояние. Состояние $|\beta, \xi\rangle$ может быть разложено по фоковским состояниям с определенным числом фотонов $|n\rangle$

$$|\beta, \xi\rangle = \sum_n \frac{(e^{i\theta} \text{th } r)^{n/2}}{2^{n/2} (n! \text{ch } r)^{1/2}} e^{-(|\beta|^2 - e^{-i\theta} \beta^2 \text{th } r)/2} H_n \left(\frac{\beta e^{-i\theta/2}}{\sqrt{2 \text{ch } r \text{sh } r}} \right) |n\rangle, \quad (15)$$

где H_n – полиномы Эрмита.

При достаточно сильном сжатии распределение числа фотонов $p(n)$ является узким и быстро спадающим [3], поэтому оказывается достаточным использовать конечное число членов разложения (15) для получения требуемой точности. Волновую функцию системы «атом + поле» разложим по базису $|\psi(t)\rangle = \sum_{i,n} c_{i,n}(t) |i, n\rangle$, где $i = a, b, c$ – атомный уровень, $n = 0, 1, 2, \dots$ – число фотонов в моде поля. Мы получим систему уравнений для амплитуд вероятности $c_{i,j}(t)$, описывающую динамику атома при отсутствии скачков. Вероятности квантовых скачков определяются

в соответствии с (13). Мы исследуем среднее значение и дисперсию атомных операторов σ_{ij} , характеризующих параметры атома в данной задаче, в стационарном состоянии, вычисленные в предыдущем разделе методом Гейзенберга–Ланжевена аналитически. На основе метода Монте-Карло они могут быть просто вычислены и, например, для σ_1 , имеют вид

$$\langle \sigma_1 \rangle = \langle \psi(t) | \sigma_1 | \psi(t) \rangle = \frac{1}{2} \sum_n c_{b,n}^* c_{a,n} + \text{к.с.}, \quad (16)$$

$$\langle \sigma_1^2 \rangle = \langle \psi(t) | \sigma_1^2 | \psi(t) \rangle = \frac{1}{4} \sum_n |c_{b,n}|^2 + |c_{a,n}|^2, \quad \langle \delta \sigma_1^2 \rangle = \langle \sigma_1^2 \rangle - \langle \sigma_1 \rangle^2. \quad (17)$$

Для проверки теоретических результатов мы рассмотрели поле в сжатом когерентном состоянии со средним числом фотонов $\langle n \rangle = 16$ и степенью сжатия $r = 1.5$ (рис. 2). Такие степени сжатия легко получают в эксперименте [12, 13]. Как показали наши численные исследования, в данном случае достаточно ограничиться числом фотонов $n = 100$ в разложении (15), размерность системы есть $N = 3 \times 100 = 300$. Для соблюдения точности расчетов, дающей статистическую ошибку расчета среднего и среднеквадратического отклонения $\langle \delta \sigma_i \rangle \leq 0.01$, число реализаций метода выбрано равным 100. $t = 10\gamma^{-1}$ есть время, при котором система переходит в стационарное состояние, шаг по времени равен $0.05\gamma^{-1}$. Сравнение результатов, полученных методом Монте-Карло и Гейзенберга–Ланжевена представлено на рис. 2 для перехода $|a\rangle \rightarrow |b\rangle$ и степеней сжатия $r = 0.5$ и $r = 1.5$. Видно, что результаты численного расчета и аналитического решения находятся в хорошем соответствии. Преимуществом численного решения является возможность учета статистики фотонов квантованного света при взаимодействии со средой, исследования поля произвольной статистики, что практически невозможно сделать методом Гейзенберга–Ланжевена аналитически и требует большого времени при численном расчете элементов матрицы плотности. Важно отметить, что использование метода Монте-Карло позволило нам учесть квантовый шум, возникающий при диссипативном взаимодействии системы с резервуаром, что принципиально для правильного решения задачи. Кроме того, этим методом удобно было бы исследовать изменение статистики фотонов при распространении поля в среде либо в стационарном режиме при взаимодействии со средой в резонаторе.

3. Распространение пробной волны в режиме ЭИП

Рассмотрим процесс прохождения сигнального поля через среду в режиме ЭИП. Пусть L – длина среды. От операторов для отдельного атома перейдем к операторам, непрерывно зависящим от переменной z путем усреднения

$$\sigma_{ij}(z, t) = \frac{1}{N_z} \sum_{z_k \in N_z} \sigma_{ij}^k(t), \quad F_{ij}(z, t) = \frac{1}{N_z} \sum_{z_k \in N_z} F_{ij}^k(t)$$

по интервалу Δz , содержащему число частиц $N_z \gg 1$, так что на Δz медленно меняющуюся амплитуду сигнального поля можно считать постоянной. Здесь σ_{ij}^k – оператор атомного перехода для отдельного атома. Тогда гамильтониан взаимодействия с полной системы из N частиц запишется в виде

$$\hat{V} = - \int \frac{dz}{L} N(z) \left(\hbar(g\sigma_{ab}\hat{E}_s(z, t) + H.c.) + \hbar(\sigma_{ac}\Omega(z, t)e^{-i\omega_p t + ik_p z} + \text{э.с.}), \quad (18)$$

где от суммирования по числу частиц мы перешли к интегрированию. В качестве сигнальной волны будем рассматривать широкополосный сжатый вакуум [2].

Для описания свойств поля используем квадратурный оператор

$$\hat{X}(z, \omega) = (\hat{a}(z, \omega_s + \omega) + \hat{a}^+(z, \omega_s - \omega))/2,$$

аналогичный рассмотренному в разд. 1, спектр флуктуаций с учетом нормировки имеет вид

$$S(\omega) = c/L \int d\omega' \langle \delta X(\omega) \delta X(\omega') \rangle.$$

В представлении Гейзенберга укороченное уравнение для медленно меняющейся амплитуды сигнального поля в среде запишется в виде

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + c \frac{\partial}{\partial z} \right) \hat{a}(z, t) = igN \sigma_{ba}(z, t). \quad (19)$$

Применим преобразование Фурье и перейдем к уравнению для флуктуаций параметров системы в (19):

$$\frac{\partial}{\partial z} \delta \hat{a}(z, \omega) = \frac{i\omega}{c} \delta \hat{a}(z, \omega) + \frac{igN}{c} \delta \sigma_{ba}(z, \omega). \quad (20)$$

Подставим сюда $\delta \sigma_{ba}(z, \omega)$ из (6), тогда получим:

$$\frac{\partial}{\partial z} \delta \hat{a}(z, \omega) = k(\omega) \delta \hat{a}(z, \omega) + F(z, \omega),$$

где

$$k(\omega) = \frac{i\omega}{c} - \frac{g^2 N}{c} \frac{(\Gamma + i\bar{\Delta})}{(\gamma + i\bar{\Delta})(\Gamma + i\bar{\Delta}) + |\Omega|^2},$$

$$F(z, \omega) = \frac{igN}{c} \frac{(\Gamma + i\bar{\Delta}) F_{ba}(z, \omega) + i\Omega F_{bc}(z, \omega)}{(\gamma + i\bar{\Delta})(\Gamma + i\bar{\Delta}) + |\Omega|^2}.$$

Ограничимся случаем точного резонанса, когда $\omega_{ab} - \omega_s = 0$. Это оправдано, так как в $\bar{\Delta}$ расстройка и сдвиг частоты, связанный с некогерентностью, дают одинаковый вклад. Для спектра флуктуаций получим:

$$\frac{\partial}{\partial z} S(z, \omega) = 2\text{Re } k(\omega) S(z, \omega) + \frac{c}{N} D(\omega), \quad (21)$$

где шумовой член имеет вид

$$D(\omega) = \frac{g^2 N^2}{2c^2} \frac{|\Omega|^2 |\Gamma + \omega^2 \gamma + \gamma \Gamma^2|}{(\gamma \Gamma - \omega^2 + |\Omega|^2)^2 + \omega^2 (\Gamma + \gamma)^2}.$$

Выражение для $D(\omega)$ получено с помощью флуктуационно-диссипационной теоремы в приближении идеального режима ЭИП и слабой пробной волны, когда основная часть атомов находится в состоянии $|b\rangle$. Решение (21) в данном приближении можно легко найти

$$S(L, \omega) = S(0, \omega) T - \frac{1}{4} (T - 1), \quad (22)$$

где $T = e^{2L \text{Re } k(\omega)}$ — коэффициент прохождения.

Это выражение дает зависимость спектра флуктуаций квадратуры X поля на выходе из среды от параметров поля на входе и свойств среды. Из него видно, что принципиальным является учет флуктуаций в системе (второй член в (21)).

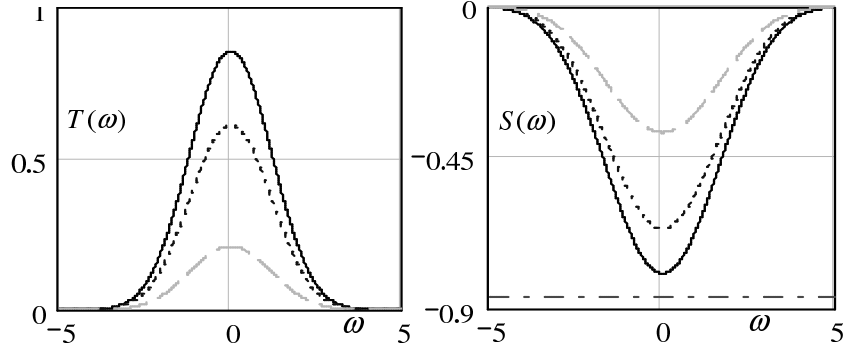


Рис. 3. Коэффициент прохождения $T(\omega)$ (слева) и спектр сжатия $S(\omega)$ в децибелах (справа), в зависимости от частоты ω (МГц) для различных скоростей релаксации в среде; $\Gamma = 10^{-3}\gamma$ – сплошная линия, $\Gamma = 10^{-2}\gamma$ – пунктирная линия, $\Gamma = 10^{-1}\gamma$ – штриховая линия. Штрих-пунктирная линия – уровень сжатия на входе; $\gamma = 6$ МГц, $\Omega = 2\gamma$, $g^2 LN/c\gamma = 10^2$ (см. [11])

Их учет позволяет не только сохранять коммутационные соотношения между операторами, но и получить правильное решение (22). Видно, что при $\omega = 0$, $\Gamma = 0$, то есть при идеальных условиях ЭИП, $\text{Re } k(\omega) = 0$ и спектр на выходе имеет вид $S(L, \omega) = S(0, \omega)$, то есть нет зависимости от флуктуаций. Это согласуется с представлением о том, что при идеальном режиме верхний уровень совсем не заселен, $\langle \sigma_{aa} \rangle = 0$. Тогда, так как в системе отсутствует диссипация, нет и флуктуаций, и спектр сигнала не модифицируется. Если на вход подается вакуум $S(0, \omega) = 1/4$, то на выходе – спектр вакуумных флуктуаций: $S(L, \omega) = 1/4$. Уровень сжатия на выходе из среды как отношение уровня флуктуаций сжатого света к вакууму $\eta(\omega) = S(L, \omega)/S_{\text{vac}}(\omega)$ представлен на рис. 3. Прохождение сжатого вакуума через среду в режиме ЭИП было недавно исследовано экспериментально [12, 13]. Сжатый вакуум в качестве пробной волны подавался на вход среды в присутствии волны накачки с помощью балансного гомодинного детектора и спектроанализатора измерялся уровень сжатия на выходе. Данные, полученные по аналитическим зависимостям (21), (22), показаны на рис. 3 для параметров, аналогичных параметрам работы [11], и качественно совпадают с результатами эксперимента [11]. Таким образом, аналитически и численно найденные в разд. 1, 2 параметры среды могут быть проверены экспериментально.

Заключение

В работе рассмотрено взаимодействие квантованного ЭМ-поля в сжатом состоянии со средой Λ -атомов в режиме ЭИП. Нами исследованы воздействие поля на среду и возможность передачи квантовых параметров поля, таких, как сжатие, атому. Поскольку квантовые параметры атома, отвечающие за взаимодействие с квантованным светом, измерить напрямую невозможно, мы использовали метод Монте-Карло прямого численного моделирования, позволяющий определить необходимые характеристики, учесть квантовый шум произвольной статистики и перспективный для дальнейших исследований. Дополнительно нами использовался аналитический метод Гейзенберга–Ланжевена. Мы рассматривали свет в наиболее общем, сжатом когерентном состоянии. Использование данного состояния позволило получить решение аналитически и подтвердить результаты численного моделирования. Нами найдены аналитические зависимости дисперсии операторов атомных переходов, характеризующих параметры атома, от статистических

параметров света при взаимодействии. Показано, что квантовые свойства света, такие, как сжатие, могут передаваться атому в таком режиме. Рассмотрен способ экспериментальной проверки предложенных зависимостей.

Авторы выражают благодарность А.М. Сатанину и М.В. Федорову за полезные обсуждения.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 09-02-97059).

Summary

A.J. Gelman, V.A. Mironov. Peculiarities of Dissipative Dynamics of Λ -atom Driven by a Quantized Field in Squeezed State.

The dissipative dynamics of the three-level Λ -atom driven by a quantized electromagnetic field under the electromagnetically induced transparency (EIT) conditions is investigated both analytically by the Heisenberg – Langevin method and numerically using the quantum Monte Carlo wave function method (QMC method). The impact of the squeezing level of quantized light on the atomic system parameters, which determine the relaxation processes and noise in EIT transparency window, is considered in detail. It is shown that under these conditions quantum properties of light (squeezing) can be transferred to an atom. The work also considers the problem of the propagation of quantum field in squeezed coherent state in the medium of atoms and analyzes the dependence of squeezing level of light at the medium output on the parameters at the input and properties of the medium. The application of the QMC method to numerical simulation of the propagation problem is discussed in the light of the recent experiments on the propagation of squeezed vacuum in the medium under examination.

Key words: squeezed light, quantum jumps, quantum noise, quantum memory.

Литература

1. Нильсен М., Чанг И. Квантовые вычисления и квантовая информация. – М.: Мир, 2006. – 211 с.
2. Gardiner C.W., Zoller P. Quantum noise. – Berlin: Springer, 2000. – 438 p.
3. Скалли М.О., Зубайри М.С. Квантовая оптика. – М.: Физматлит, 2003. – 512 с.
4. Plenio M.B., Knight P.L. The quantum-jump approach to dissipative dynamics in quantum optics // Rev. Mod. Phys. – 1998. – V. 70, No 1. – P. 101–143.
5. Dantan A., Pinard M. Quantum-state transfer between fields and atoms in electromagnetically induced transparency // Phys. Rev. A. – 2004. – V. 69. – P. 043810.
6. Vernac L., Pinard M., Giacobino E. Spin squeezing in two-level systems // Phys. Rev. A. – 2000. – V. 62, No 6. – P. 063812–1–063812–9.
7. Mazets I.E. Adiabatic propagation of quantized light pulses in an atomic medium with the tripod level configuration // ЖЭТФ. – 2006. – Т. 130, № 3. – С. 421–425.
8. Гельман А.И., Миронов В.А. Подавление шума в атомной системе под действием поля в сжатом когерентном состоянии // ЖЭТФ. – 2010. – Т. 137, № 4. – С. 627–636.
9. Lukin M.D. // Colloquium: Trapping and manipulating photon states in atomic ensembles // Rev. Mod. Phys. – 2003. – V. 75. – P. 457–472.
10. Harris S.E. Electromagnetically Induced Transparency // Phys. Today. – 1997. – V. 50, No 7. – P. 36–42.

11. *Akamatsu D., Akiba K., Kozuma M.* Electromagnetically Induced Transparency with Squeezed Vacuum // Phys. Rev. Lett. – 2004. – V. 92, No 20. – P. 203602-1–203602-4.
12. *Honda K., Akamatsu D., Arikawa M. et al.* Storage and Retrieval of a Squeezed Vacuum // Phys. Rev. Lett. – 2008. – V. 100, No 9. – P. 093601-1–093601-4.
13. *Appel J., Figueroa E., Korystov D. et al.* Quantum Memory for Squeezed Light // Phys. Rev. Lett. – 2008. – V. 100, No 9. – P. 093602-1–093602-4.

Поступила в редакцию
09.12.09

Гельман Александр Иосифович – младший научный сотрудник Института прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород.

E-mail: gelman@appl.sci-nnov.ru

Миронов Вячеслав Александрович – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Института прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород.

E-mail: fraiman@appl.sci-nnov.ru